

# حل مسئله

## به روش شرلوک هولمز



**کونان دوئل**، نویسنده مشهور انگلیسی، در یکی از داستان‌های خود به نام ماجراهای شرلوک هولمز این مسئله را مطرح کرد: دکتر **هاتسن** و مهمانش، شرلوک هولمز نزدیک پنجره باغ می‌نشینند. از باغ فریادهای خنده گروه بزرگی از بچه‌ها به گوش می‌رسد. هولمز می‌گوید: «خواهش می‌کنم به من بگویید شما چند بچه دارید؟»

هاتسن پاسخ می‌دهد: «همه آن‌ها بچه‌های من نیستند. آن‌ها بچه‌های چهار خانواده‌اند. تعداد بچه‌های من از همه بیشتر است. برادرم بچه‌های کمتری دارد و خواهرم باز هم کمتر. و تعداد بچه‌های عمو از همه کمتر است. آن‌ها به این مناسبت شلوغ می‌کنند که تعدادشان برای دو گروه نفری کافی نیست. یک تصادف جالب این است که اگر تعداد بچه‌های چهار خانواده را در هم ضرب کنید، شماره منزل مرا به دست می‌آورید که شما آن را می‌دانید.»

هولمز می‌گوید: «من در مدرسه، ریاضیات خوانده‌ام. کوشش می‌کنم تعداد بچه‌های هر خانواده را حساب کنم.»

او بعد از بعضی محاسبه‌ها می‌گوید: «برای حل مسئله باید آگاهی دیگری به من بدهید. آیا عمو یک بچه دارد یا بیشتر؟»

صاحب‌خانه پاسخ او را می‌دهد که ما از چگونگی آن بی‌خبریم. سپس هولمز می‌گوید: «حالا من می‌توانم تعداد بچه‌های هر خانواده را بگویم!»

او جواب درست را پیدا کرده بود. پرسش مسئله این است: «شماره منزل و تعداد بچه‌های هر خانواده چه قدر است؟»

### حل:

نمی‌توانیم از روش مهمان برای حل مسئله استفاده کنیم. با این حال، ما هم می‌توانیم مسئله را به سادگی حل کنیم، به شرطی که... به شرطی که کمی فکر کنیم. نخست به این پرسش پاسخ دهیم: «عمو چند بچه می‌تواند داشته باشد؟»

به سادگی می‌توان فهمید که عمو نمی‌تواند سه بچه داشته باشد. اگر فرض کنیم تعداد بچه‌های عمو  $d=3$  باشد، در این صورت مقدار  $c$  دست کم ۴، مقدار  $b$  دست کم ۵ و مقدار  $a$  دست کم ۶ می‌شود. در نتیجه تعداد بچه‌ها روی هم دست کم باید چنین باشد:

$$6+5+4+3=18$$

ولی می‌دانیم که تعداد بچه‌ها کمتر از ۱۸ است، بنابراین عمو یا یک بچه دارد یا دو بچه. جدولی از همه حالت‌های ممکن چهار عدد صحیح تشکیل می‌دهیم، به نحوی که کوچک‌ترین آن‌ها برابر ۲ و مجموع چهار عدد کمتر از ۱۸ باشد. روی هم هفت حالت به شرح جدول ۱ پیدا می‌شود.

روشن است که مهمان، مسئله را به این ترتیب حل کرده است: او می‌دانست که تعداد بچه‌های چهار خانواده روی هم از ۱۸ کمتر است. او شماره منزل را هم که ما  $N$  فرض می‌کنیم، می‌دانست. اگر تعداد بچه‌های چهار خانواده را به ترتیب با حرف‌های  $a, b, c, d$  و نشان دهیم، همه این عددها مثبت و صحیح‌اند و حاصل ضرب آن‌ها هم برابر است با  $N$ :

$$a > b > c > d \quad N = abcd \quad a + b + c + d < 18$$

مهمان می‌بایست چهار عدد متفاوت را طوری انتخاب کند که حاصل ضرب آن‌ها برابر  $N$  و مجموع آن‌ها کوچک‌تر از ۱۸ شود. ولی او نتوانست عددها را پیدا کند و ناچار شد بپرسد که آیا عمو یک بچه دارد یا بیشتر. و بعد از آنکه پاسخ خود را گرفت، توانست جواب مسئله را پیدا کند.

ولی ما برای حل مسئله در موقعیت دشوارتری هستیم، زیرا شماره منزل را نمی‌دانیم و بنابراین

## جدول ۱

عددها	مجموع	حاصل ضرب
۵، ۴، ۳، ۲	۱۴	۱۲۰
۶، ۴، ۳، ۲	۱۵	۱۴۴
۷، ۴، ۳، ۲	۱۶	۱۶۸
۸، ۴، ۳، ۲	۱۷	۱۹۲
۶، ۵، ۳، ۲	۱۶	۱۸۰
۷، ۵، ۳، ۲	۱۷	۲۱۰
۶، ۵، ۴، ۲	۱۷	۲۴۰



به همین ترتیب می‌توان با فرض اینکه عمو تنها یک بچه داشته باشد، همه حالت‌هایی از حاصل ضرب چهار عدد درست را پیدا کرد به نحوی که کوچک‌ترین آن‌ها برابر ۱ و مجموع آن‌ها کمتر از ۱۸ باشد (خودتان این عددها را به دست آورید). ولی اگر با دقت به همه شرط‌های مسئله نگاه کنیم، نیازی به این کار نیست. وقتی که هولمز مسئله را حل کرد، متوجه شد برای حل آن لازم است بدانند عمو یک بچه دارد یا بیشتر؛ با وجود اینکه می‌دانست شماره منزل چند است.

روشن است که شماره منزل عددی بوده که هم با ضرب چهار عددی که کوچک‌ترین آن‌ها برابر است با ۱ و هم با ضرب چهار عددی که کوچک‌ترین آن‌ها برابر است با ۲ به دست می‌آید (و ابهام از همین جا به وجود آمده است). همین وضعیت به ما امکان می‌دهد شماره منزل را پیدا کنیم. این عدد باید هم در جدول ۱ و هم در جدولی که حاوی حاصل ضرب چهار عددی است که با ۱ آغاز می‌شود، مشترک باشد. چون در جدول ۱ کوچک‌ترین عدد برابر است با ۱۲۰، برای تشکیل جدول حاصل ضرب‌های چهار عدد مختلف با کوچک‌ترین عامل برابر با ۱، می‌توانیم تنها حالت‌هایی را در نظر بگیریم که حاصل ضرب چهار عدد دست‌کم برابر ۱۲۰ باشد و این کار محاسبه را کم می‌کند. حالت‌ها مطابق جدول ۲ هستند.

## جدول ۲

عددها	مجموع	حاصل ضرب
۱، ۳، ۵، ۸	۱۷	۱۲۰
۱، ۳، ۶، ۷	۱۷	۱۲۶
۱، ۴، ۵، ۶	۱۶	۱۲۰
۱، ۴، ۵، ۷	۱۷	۱۴۰

می‌بینیم که تنها عدد مشترک در هر دو گروه، حاصل ضرب ۱۲۰ است. روشن است که شماره منزل چنین است  $N=120$ . حاصل ضرب ۱۲۰ در سه حالت پیدا می‌شود:

$$1 \times 4 \times 5 \times 6 = 120 \quad 1 \times 3 \times 5 \times 8 = 120 \quad 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

مطالعه دقیق شرط‌های مسئله امکان می‌دهد، ادامه مسئله را حل کنیم. مهمان گفته بود اگر بدانند عمو یک بچه دارد یا بیشتر می‌تواند مسئله را حل کند. اگر به او گفته شده بود عمو ۱ بچه دارد، نمی‌توانست پاسخ دقیقی درباره تعداد بچه‌ها بدهد. زیرا شماره منزل ( $N=120$ ) در دو حالت به دست می‌آید:

$$d=1, c=3, b=5, a=8 \quad d=1, c=4, b=5, a=6$$

چون هولمز پاسخ مشخصی داده، حتماً به او گفته شده که تعداد بچه‌های عمو دو تا است. در این صورت، شماره منزل ( $N=120$ ) تنها در یک حالت به دست می‌آید:  $d=2, c=3, b=4, a=5$ .

مسئله‌ای که در نظر اول گمان می‌رفت به مناسبت عدم کفایت داده‌ها قابل حل نیست، به سادگی حل شد. ولی این حل تنها با دقت کامل روی جمله به جمله صورت مسئله امکان‌پذیر شد، و چنین دقتی برای حل هر مسئله‌ای لازم است.